



SB-3407

M. Com. (Part-II) Examination
March / April – 2011
Advanced Statistics : Paper - IV

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના :
(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of signs on your answer book.

Name of the Examination :
M. Com. (Part-2)

Name of the Subject :
Advanced Statistics : Paper-4

Subject Code No. : 3 4 0 7 Section No. (1, 2,.....): Nil

Seat No. :

Student's Signature

- (૨) બધા જ છ પ્રશ્નોના જવાબ આપો.
(૩) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.
(૪) સાંખ્યિકીય કોષ્ટકો અને સાદું કેલક્યુલેટર વાપરી શકાશે.

૧ નીચેના પ્રશ્નો પૈકી કોઈ પણ બેના જવાબ આપો : ૧૦

- (૧) સરળ યદ્યચ્છ નિદર્શન પદ્ધતિ એટલે શું ? આ નિદર્શન પદ્ધતિનાં લાભાલાભ જણાવો.
(૨) પ્રમાણવાળી યદ્યચ્છ નિદર્શન પદ્ધતિ હેઠળ નિદર્શ કદનાં આગણનનું સૂત્ર મેળવો.
(૩) 500 એકમોવાળી સમષ્ટિમાંથી 100 એકમોવાળો એક યદ્યચ્છ નિદર્શ લેતાં તેમાં 37 એકમો સફળતાનાં વર્ગમાં રહ્યા હોય તો સમષ્ટિમાં સફળતાનાં વર્ગનું પ્રમાણ અને કુલ સંખ્યા માટેની 95% વિશ્વસનીય સીમાઓ શોધો.

૨ પુનઃસ્થાપન સિવાયનું સરળ યદ્યચ્છ નિદર્શન એટલે શું ? આ કિસ્સામાં પ્રચલિત ૧૨ સંકેતોનુસાર દર્શાવો કે :

(૧) $Var(\bar{y}) = (1-f) \frac{S^2}{n}$
(૨) $E(s^2) = S^2$

અથવા

- ૨ (અ) પદિક નિદર્શ મધ્યક \bar{y}_{sy} નો વિચરણ ૬

$$Var(\bar{y}_{sy}) = \frac{N-1}{N} S^2 - \frac{K(n-1)}{N} S_{wsy}^2 \text{ થાય છે. એમ દર્શાવો. જ્યાં}$$

$$S_{wsy}^2 = \frac{1}{K(n-1)} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 = \text{એક જ પદિક નિદર્શમાં સમાવિષ્ટ}$$

એકમો વચ્ચેનું વિચરણ છે.

- (બ) નીચે આપેલ એક સમષ્ટિની 20 નિરીક્ષિત કિંમતો પરથી $n=4$ કદવાળા ૬

પદિક નિદર્શો રચી દર્શાવો કે : $E(\bar{y}_{sy}) = \bar{Y}$ વળી $Var(\bar{y}_{sy})$ ની

કિંમત શોધો :

18 18 20 25 24 23 25 28 25 27

38 38 37 35 32 33 31 31 35 25

- ૩ (અ) N એકમોવાળી એક સાન્ત સમષ્ટિમાં NP એકમો એક પ્રકારના છે અને ૭

NQ એકમો બીજા પ્રકારનાં છે. અહીં P અને Q એવા અપૂર્ણાંકો છે કે

જેથી $P+Q=1$ થાય. પુરવણી સિવાયનાં (without replacement)

સરળ યદ્યચ્છ નિદર્શમાં Pનો અનભિનત આગણક સૂચવો અને તેનું

વિચરણ મેળવો.

- (બ) નિદર્શ તપાસમાં સમાવિષ્ટ મુખ્ય મુદ્દાઓની ચર્ચા કરો. ૬

અથવા

- ૩ (અ) સ્તરિત યદ્યચ્છ નિદર્શન પદ્ધતિનું વર્ણન કરો. આ પદ્ધતિ હેઠળ પ્રાપ્ત ૭

આગણક \bar{y}_{st} ની વ્યાખ્યા આપો.

જો દરેક સ્તરમાં નિદર્શ આગણક \bar{y}_h અનભિનત હોય તો સાબિત

કરો કે \bar{y}_{st} એ સમષ્ટિ મધ્યક \bar{Y} નો અનભિનત આગણક છે. $Var(\bar{y}_{st})$

શોધો.

પ્રચલિત સંકેતાનુસાર વહેંચણી પ્રમાણસર હોય તો સાબિત કરો કે :

$$Var(\bar{y}_{st})_{prop} = \left(\frac{N-n}{N^2 n} \right) \sum_{h=1}^L N_h S_h^2 .$$

- (બ) $N=6$ એકમો અને $L=2$ સ્તરવાળી સમષ્ટિમાં y_{hi} કિંમતો ૬

સ્તર : Iમાં 0, 1, 2 અને સ્તર : IIમાં 4, 6, 11 છે.

$n=4$ કદવાળો નિદર્શ લેવામાં આવેલ છે તો તેમની ફાળવણી હેઠળ

n_h ની ઈષ્ટકિંમત પૂર્ણાંકમાં નોંધતા તે સ્તર : Iમાં $n_h=1$ અને સ્તર :

IIમાં $n_h=2$ થાય છે એમ દર્શાવો. પ્રત્યેક શક્ય નિદર્શો ઈષ્ટતમ

ફાળવણી મુજબ લેતાં આગણક \bar{y}_{st} ની ગણતરી કરો અને દર્શાવો કે

$E(\bar{y}_{st}) = \bar{Y}$. વળી $Var_{opt}(\bar{y}_{st})$ મેળવો.

૪ નીચેના પ્રશ્નો પૈકી કોઈ પણ બેના જવાબ આપો :

૧૦

- (૧) અવયવી પ્રયોગ રચના એટલે શું ? તેનાં લાભાલાભ જણાવો.
- (૨) પ્રાયોગિક રચના એટલે શું ? પ્રાયોગિક રચનાનાં મૂળભૂત સિદ્ધાંતો વર્ણવો.
- (૩) એક પ્રાયોગિક રચનાના વિચરણનાં પૃથક્કરણનાં નીચેનાં કોષ્ટકમાંની નષ્ટ કિંમતો મેળવો અને બ્લોક તેમજ ટ્રીટમેન્ટ અસર માટેનું પરીક્ષણ કરો.

ચલનનું પરિબળ	સ્વા.માત્રા	<i>S.S.</i>	<i>M.S.S.</i>	<i>F</i>
બ્લોક	3	219.43	?	?
ટ્રીટમેન્ટ	?	961.19	?	?
શેષ	15	?	11.31	—
કુલ	23	1350.26	—	—

૫ લેટિન ચોરસ રચનાનાં વિચરણ પૃથક્કરણ કરવાની સાંખ્યિકીય પદ્ધતિ સંપૂર્ણ રીતે સમજાવો.

૧૨

અથવા

૫ નીચે આપેલાં 5×5 લેટિન ચોરસ રચનામાં;

D_i ($i=1,2,3,4,5$) i મો ડ્રાઈવર i દિવસે ડ્રાઈવિંગ કરે છે તે દર્શાવે છે.

A, B, C, D અને E પાંચ વિવિધ મોટરકારોની બનાવટો દર્શાવે છે.

કોષ્ટકની પ્રથમ કૌંસની કિંમતમાં મોટરકારની B-બનાવટ ડ્રાઈવર D_1 વડે તેના દિવસે કલાકનાં 25 માઈલની ઝડપે ચલાવાઈ હતી. અન્ય કૌંસમાં મૂળાક્ષરોનો તે જ પ્રમાણે અર્થ કરવામાં આવે છે.

પ્રત્યેક કૌંસમાં એક ગેલન પેટ્રોલથી કપાયેલાં માઈલોની સંખ્યા દર્શાવાય છે.

મોટરકારોની બનાવટોને ટ્રીટમેન્ટ વડે અને ડ્રાઈવરો/ઝડપોને અંકુશિત અંગો રૂપે અનુક્રમે પંક્તિઓ અને સ્તંભો વડે દર્શાવાતી લેટિન ચોરસ રચના ધારી લો. દર કલાકે કપાયેલા માઈલોનાં અવલોકનોને 5×5 લેટિન ચોરસ રચનામાં આપવામાં આવેલ છે.

		ઝડપ : કલાકદીઠ માઈલમાં				
		25	35	50	60	70
ડ્રાઈવરો અને દિવસો	D_1	E(19.5)	E(21.7)	A(18.1)	D(14.8)	C(13.7)
	D_2	D(16.2)	B(19.0)	C(16.3)	A(17.9)	E(17.5)
	D_3	A(20.6)	D(16.5)	E(19.5)	C(15.2)	B(14.1)
	D_4	E(22.5)	C(18.5)	D(15.7)	B(16.7)	A(16.0)
	D_5	C(20.5)	A(19.5)	B(15.6)	C(18.7)	D(12.7)

ઉપરોક્ત માહિતીનું પૃથક્કરણ કરી શોધી બતાવો કે વિવિધ ટ્રીટમેન્ટો વચ્ચેનો તેમનો તફાવત 5% સાર્થકતાની કક્ષાએ સાર્થકપણે જુદો પડે છે કે કેમ ?

- ૬ 'સંપૂર્ણ યદ્યચ્છ પ્રયોગશાળાનાં પ્રયોગો માટે સાહજિક પ્રક્રિયા ગણી શકાય જ્યારે ૧૩ ક્ષેત્ર પ્રયોગોમાં તે ભાગ્યે જ વપરાય છે.' આ વિધાન સ્પષ્ટ કરો. જે પ્રયોગ રચનાને આ વિધાન સંબંધકર્તા હોય તેનાં લાભાલાભ આપો.
બે પ્રકાર (Treatment)નાં મધ્યકોનાં તફાવત દોષનું આગણન કેવી રીતે કરશો ?

અથવા

- ૬ 'યદ્યચ્છ બ્લોક રચના'નું સંપૂર્ણ પૃથક્કરણ કરો. બે ટ્રીટમેન્ટનાં મધ્યકોનાં તફાવતોની સાર્થકતાની કસોટી માટેનો આગણક મેળવો. ૧૩

ENGLISH VERSION

- Instructions :** (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.
(2) Answer all six questions.
(3) Figures to the right indicate full marks of the question.
(4) Statistical tables and simple calculator can be used.

- 1 Attempt any two from the following questions : 10
(1) What is simple random sampling ? State its advantages and disadvantages.
(2) Obtain the formula of estimating sample size under proportion random sampling method.
(3) In a simple random sample of size 100 from a population of size 500, there are 37 units in a class of success. Find the 95% confidence limits of the proportion and for the total number, in class of success in the population.
- 2 What do you mean by simple random sampling without replacement ? In such a case in usual notations show that : 12

$$(1) \text{Var}(\bar{y}) = (1-f) \frac{S^2}{n}$$

$$(2) E(s^2) = S^2$$

OR

- 2 (a) Show that the variance of the mean of a systematic sample is : 6

$$Var(\bar{y}_{sy}) = \frac{N-1}{N} S^2 - \frac{K(n-1)}{N} S_{w_{sy}}^2 \text{ where}$$

$$S_{w_{sy}}^2 = \frac{1}{K(n-1)} \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

= the variance among units that lie within the same systematic sample.

- (b) Form a systematic sample each of size n=4 from the given 20 observations of a population and show that $E(\bar{y}_{sy}) = \bar{Y}$. Also find the value of $Var(\bar{y}_{sy})$. 6

18 18 20 25 24 23 25 28 25 27
38 38 37 35 32 33 31 31 35 25

- 3 (a) A finite population with N units consists of NP units of one kind and NQ units of another kind, where P and Q are fractions such that P+Q=1. In simple random sampling without replacement, suggest an unbiased estimate of P and obtain its variance. 7
- (b) Discuss the principal steps involved in a sample survey. 6

OR

- 3 (a) Describe stratified random sampling method. 7
Define an estimator \bar{y}_{st} under this method.

If in every stratum the sample estimate \bar{y}_h is an unbiased, then prove that \bar{y}_{st} is an unbiased estimate of the population mean \bar{Y} . Find $Var(\bar{y}_{st})$. Also in usual notations prove that for proportional allocation.

$$Var(\bar{y}_{st})_{prop} = \left(\frac{N-n}{N^2 n} \right) \sum_{h=1}^L N_h S_h^2.$$

- (b) In a population with $N=6$ and $L=2$, the value of y_{hi} are 0, 1, 2 in stratum:I and 4, 6, 11 in stratum:II. A sample with $n=4$ is to be taken :

Show that the optimum n_h under Neyman allocation, when recorded to integers are $n_h = 1$ in stratum:I and $n_h = 3$ in stratum:II.

Compute the estimate \bar{y}_{st} for every possible sample that can be drawn under optimum allocation. Show that $E(\bar{y}_{st}) = \bar{Y}$ Also obtain $Var_{opt}(\bar{y}_{st})$.

- 4 Attempt any two questions from the following : 10
- (1) What is factorial experiment ? State its advantages and disadvantages.
 - (2) What is an experimental design ? Describe basic principles of an experimental design.
 - (3) Estimating the missing values in the following analysis of variance table of an experimental design and test for block and treatment effect.

Source of variation	d.f	S.S.	M.S.S.	F
Blocks	3	219.43	?	?
Treatments	?	961.19	?	?
Error	15	?	11.31	-
Total	23	1350.26	-	-

- 5 Explain fully the technique of statistical analysis of variance for Latin square design. 12

OR

- 5 In a 5×5 Latin square design given below; $D_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ denotes the i^{th} driver driving on the i^{th} day. A, B, C, D and E denote the 5 different makes of cars. 12

B in the first cell of the table indicate that a car of make B was driven by D_i on his day with a speed of 25 miles per hour. The alphabates in the other cells have similar meaning.

The number of miles covered by a gallon of petrol are shown in bracket in each cell.

Consider Latin square design with the makes of cars as treatments and drivers and speeds are the two controlled factors, representing row and column. The observations of miles per hour have been given in following 5×5 Latin square design.

		Speed in miles per hour				
		25	35	50	60	70
Drivers and days	D ₁	E(19.5)	E(21.7)	A(18.1)	D(14.8)	C(13.7)
	D ₂	D(16.2)	B(19.0)	C(16.3)	A(17.9)	E(17.5)
	D ₃	A(20.6)	D(16.5)	E(19.5)	C(15.2)	B(14.1)
	D ₄	E(22.5)	C(18.5)	D(15.7)	B(16.7)	A(16.0)
	D ₅	C(20.5)	A(19.5)	B(15.6)	C(18.7)	D(12.7)

Analyse above data to find whether treatments differ significantly among themselves or not at 5% level of significance ?

- 6** Complete randomisation seems obvious procedure for many laboratory experiments, while on the other hand it is seldom used in field experiment. Elucidate this statement. Give the advantages and disadvantages of the design of which this statement applies. Give the statistical analysis and formula for testing the significance of difference between two treatment means for this design. **13**

OR

- 6** Analyse fully the 'Randomised Block Design'. Obtain the statistic for testing significance of difference between two treatment means. **13**